

# 2018-2019 学年浙江省金华市东阳市九年级（上）期末数学试卷

## 一、仔细选择（每小题 3 分，共 30 分）

1. （3 分）抛物线  $y = -3x^2 + 1$  的对称轴是（ ）

- A. 直线  $x = \frac{1}{3}$       B. 直线  $x = -\frac{1}{3}$       C.  $y$  轴      D. 直线  $x = 3$

2. （3 分）如图所示的几何体的俯视图是（ ）

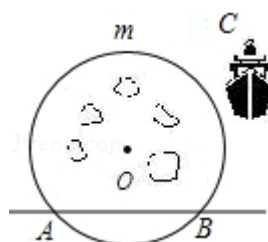


- A.      B.      C.      D.

3. （3 分）若关于  $x$  的方程  $x^2 + bx + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $b$  的值可以是（ ）

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

4. （3 分）如图， $A$ 、 $B$  是两座灯塔，在弓形  $AmB$  内有暗礁，游艇  $C$  在附近海面游弋，且  $\angle AOB = 80^\circ$ ，要使游艇  $C$  不驶入暗礁区，则航行中应保持  $\angle ACB$ （ ）



- A. 小于  $40^\circ$       B. 大于  $40^\circ$       C. 小于  $80^\circ$       D. 大于  $80^\circ$

5. （3 分）为了解某班学生一周的体育锻炼的时间，某综合实践活动小组对该班 50 名学生进行了统计如表：则这组数据中锻炼时间的众数是（ ）

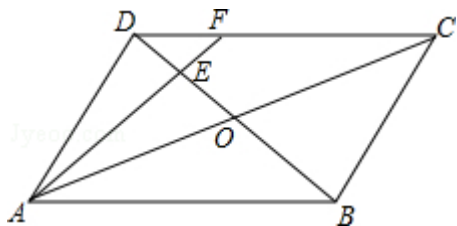
锻炼的时间（小时）	7	8	9	10
学生人数（人）	8	16	18	8

- A. 16 人      B. 8 小时      C. 9 小时      D. 18 人

6. （3 分）一张半径为  $6\text{cm}$  的扇形纸片卷成一个圆锥的侧面，要求圆锥底面圆的半径为  $4\text{cm}$ ，那么这张扇形纸片的圆心角度数是（ ）

- A.  $150^\circ$       B.  $240^\circ$       C.  $200^\circ$       D.  $180^\circ$

7. （3 分）如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ， $E$  是  $OD$  的中点，连接  $AE$  并延长交  $DC$  于点  $F$ ，则  $DF:FC =$ （ ）



- A. 1: 4                      B. 1: 3                      C. 1: 2                      D. 1: 1

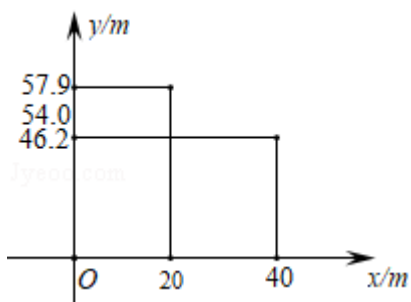
8. (3分) 在平面直角坐标系中, 如果抛物线  $y=3x^2+3$  不动, 而把  $x$  轴、 $y$  轴分别向上、向右平移 2 个单位, 那么在新坐标系下抛物线的解析式是 ( )

- A.  $y=3(x-2)^2+5$                       B.  $y=3(x+2)^2+1$   
C.  $y=3(x+2)^2+5$                       D.  $y=3(x-2)^2+1$

9. (3分) 正多边形的内切圆与外接圆的周长之比为  $\sqrt{3}:2$ , 则这个正多边形为 ( )

- A. 正十二边形                      B. 正六边形                      C. 正四边形                      D. 正三角形

10. (3分) 如图, 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一, 运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 运动员起跳后的竖直高度  $y$  (单位:  $m$ ) 与水平距离  $x$  (单位:  $m$ ) 近似满足函数关系  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ). 如图记录了某运动员起跳后的  $x$  与  $y$  的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时, 水平距离为 ( )

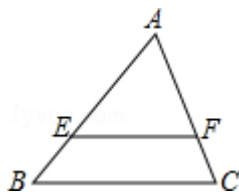


- A. 10m                      B. 20m                      C. 15m                      D. 22.5m

## 二、认真填一填 (每小题 4 分, 共 24 分)

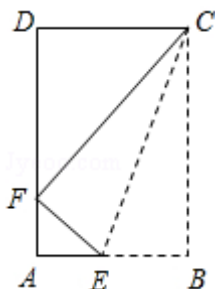
11. (4分) 在函数  $y=\sqrt{x-1}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. (4分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $EF \parallel BC$ ,  $AE=2BE$ , 则  $\triangle AEF$  与  $\triangle ABC$  的面积比为\_\_\_\_\_.

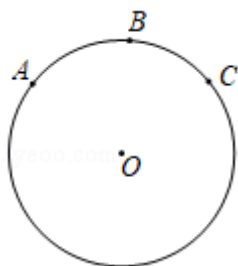


13. (4分) 已知  $A(1, y_1)$ ,  $B(2, y_2)$  两点在双曲线  $y = \frac{m+3}{x}$  上, 且  $y_1 > y_2$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. (4分) 如图, 将矩形  $ABCD$  沿  $CE$  折叠, 点  $B$  恰好落在边  $AD$  的  $F$  处. 若  $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ , 则  $\tan \angle DCF$  的值是\_\_\_\_\_.



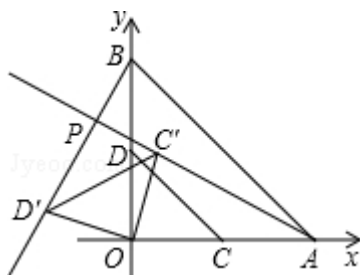
15. (4分) 点  $A$ 、 $C$  为半径是 8 的圆周上两动点, 点  $B$  为  $\widehat{AC}$  的中点, 以线段  $BA$ 、 $BC$  为邻边作菱形  $ABCD$ , 顶点  $D$  恰在该圆半径的中点上, 则该菱形的边长为\_\_\_\_\_.



16. (4分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $CD$  是  $\triangle AOB$  的中位线. 若将  $\triangle COD$  绕点  $O$  旋转, 得到  $\triangle C'OD'$ , 射线  $AC'$  与射线  $BD'$  的交点为  $P$ .

(1)  $\angle APB$  的度数是\_\_\_\_\_°.

(2) 在旋转过程中, 记  $P$  点横坐标为  $m$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

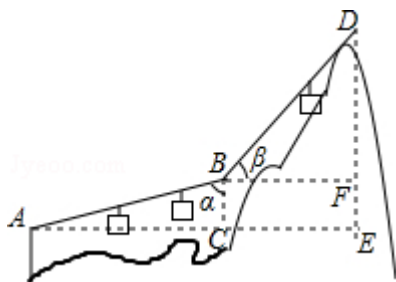


三、全面解一解 (共 66 分, 各小题都必须写出解答过程)

17. (6分) 计算:  $\sqrt{2}\sin 45^\circ - |-3| + (\sqrt{3}-1)^0 + 2^{-1}$ .

18. (6分) 如图, 游客在点  $A$  处坐缆车出发, 沿  $A-B-D$  的路线可至山顶  $D$  处, 假设  $AB$  和  $BD$  都是直线段, 且  $AB=BD=600m$ ,  $\alpha=75^\circ$ ,  $\beta=45^\circ$ , 求  $DE$  的长.

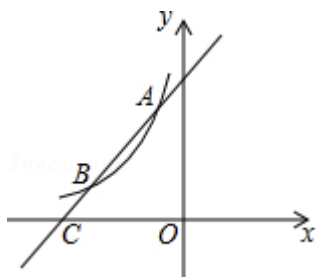
(参考数据:  $\sin 75^\circ \approx 0.97$ ,  $\cos 75^\circ \approx 0.26$ ,  $\sqrt{2} \approx 1.41$ )



19. (6分) 已知一次函数  $y=x+4$  图象与反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图象交于  $A(-1, a)$ ,  $B$  两点.

(1) 求此反比例函数的表达式;

(2) 若  $x+4 \geq \frac{k}{x}$ , 利用函数图象求  $x$  的取值范围.



20. (8分) 今年5月份, 我市某中学开展争做“五好小公民”征文比赛活动, 赛后随机抽取了部分参赛学生的成绩, 按得分划分为  $A, B, C, D$  四个等级, 并绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图:

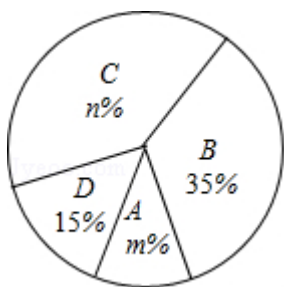
等级	成绩 ( $s$ )	频数 (人数)
$A$	$90 < s \leq 100$	4
$B$	$80 < s \leq 90$	$x$
$C$	$70 < s \leq 80$	16
$D$	$s \leq 70$	6

根据以上信息, 解答以下问题:

(1) 表中的  $x =$  \_\_\_\_\_;

(2) 扇形统计图中  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_,  $C$  等级对应的扇形的圆心角为 \_\_\_\_\_ 度;

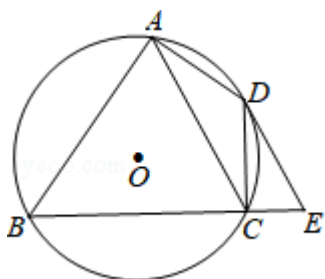
(3) 该校准备从上述获得  $A$  等级的四名学生中选取两人做为学校“五好小公民”志愿者, 已知这四人中有两名男生 (用  $a_1, a_2$  表示) 和两名女生 (用  $b_1, b_2$  表示), 请用列表或画树状图的方法求恰好选取的是  $a_1$  和  $b_1$  的概率.



21. (8分) 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ , 点  $E$  在  $BC$  的延长线上, 且  $\angle DEC = \angle BAC$ .

(1) 求证:  $DE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $AC \parallel DE$ , 当  $AB = 8$ ,  $CE = 2$  时, 求  $AC$  的长.



22. (10分) 某商品的进价为每件 50 元, 售价为每件 60 元, 每天可卖出 190 件; 如果每件商品的售价每上涨 1 元, 则每天少卖 10 件, 设每件商品的售价上涨  $x$  元 ( $x$  为正整数), 每天的销售利润为  $y$  元.

(1) 求  $y$  关于  $x$  的关系式;

(2) 每件商品的售价定为多少元时, 每天的利润恰为 1980 元?

(3) 每件商品的售价定为多少元时, 每天可获得最大利润? 最大利润是多少元?

23. (10分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于任意三点  $A, B, C$ , 给出如下定义:

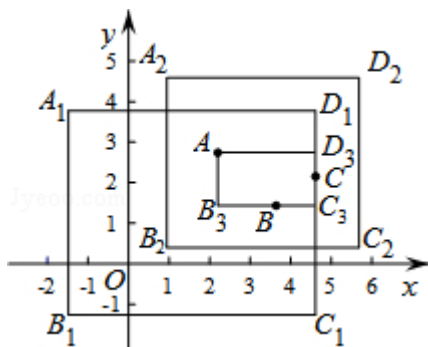
如果矩形的任何一条边均与某条坐标轴平行, 且  $A, B, C$  三点都在矩形的内部或边界上, 则称该矩形为点  $A, B, C$  的覆盖矩形. 点  $A, B, C$  的所有覆盖矩形中, 面积最小的矩形称为点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形. 例如, 下图中的矩形  $A_1B_1C_1D_1$ ,  $A_2B_2C_2D_2$ ,  $AB_3C_3D_3$  都是点  $A, B, C$  的覆盖矩形, 其中矩形  $AB_3C_3D_3$  是点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形.

(1) 已知  $A(-2, 3)$ ,  $B(5, 0)$ ,  $C(t, -2)$ .

①当  $t=2$  时, 点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形的面积为\_\_\_\_\_;

②若点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形的面积为 40, 求直线  $AC$  的表达式;

(2) 已知点  $D(1, 1)$ .  $E(m, n)$  是函数  $y = \frac{4}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上一点,  $\odot P$  是点  $O, D, E$  的一个面积最小的最优覆盖矩形的外接圆, 求出  $\odot P$  的半径  $r$  的取值范围.

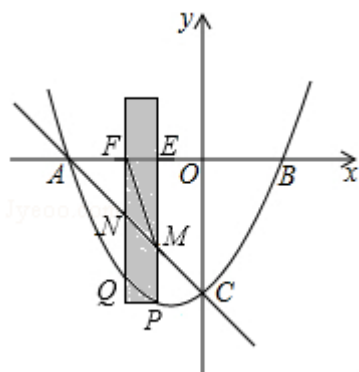


24. (12分) 如图, 抛物线  $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A$  和点  $B$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $B$  的坐标为  $(3, 0)$ , 点  $C$  的坐标为  $(0, -5)$ . 有一宽度为 1, 长度足够长的矩形 (阴影部分) 沿  $x$  轴方向平移, 与  $y$  轴平行的一组对边交抛物线于点  $P$  和点  $Q$ , 交直线  $AC$  于点  $M$  和点  $N$ , 交  $x$  轴于点  $E$  和点  $F$ .

(1) 求抛物线的解析式及点  $A$  的坐标;

(2) 当点  $M$  和  $N$  都在线段  $AC$  上时, 连接  $MF$ , 如果  $\sin \angle AMF = \frac{\sqrt{10}}{10}$ , 求点  $Q$  的坐标;

(3) 在矩形的平移过程中, 是否存在以点  $P, Q, M, N$  为顶点的四边形是平行四边形, 若存在, 求出点  $M$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



# 2018-2019 学年浙江省金华市东阳市九年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

## 一、仔细选择（每小题 3 分，共 30 分）

1. （3 分）抛物线  $y = -3x^2 + 1$  的对称轴是（ ）

- A. 直线  $x = \frac{1}{3}$       B. 直线  $x = -\frac{1}{3}$       C.  $y$  轴      D. 直线  $x = 3$

【分析】根据二次函数的对称轴是  $x = -\frac{b}{2a}$ ，可得答案.

【解答】解：  $y = -3x^2 + 1$  的对称轴是  $x = 0$  即  $y$  轴.

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的性质，利用二次函数的对称轴是  $x = -\frac{b}{2a}$  是解题关键.

2. （3 分）如图所示的几何体的俯视图是（ ）



- A.       B.       C.       D. 

【分析】根据 从上边看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上边看是三个矩形，

故选：C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上边看得到的图形是俯视图.

3. （3 分）若关于  $x$  的方程  $x^2 + bx + 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $b$  的值可以是（ ）

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

【分析】根据判别式的意义得到  $b^2 > 4$ ，然后对各选项进行判断.

【解答】解：根据题意得  $b^2 - 4 \times 1 > 0$ ，则  $b^2 > 4$ ，

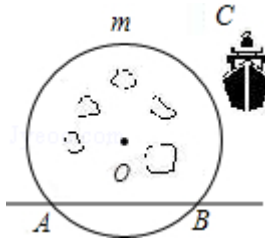
所以  $b$  可以取 3，不能取 0、1、2.

故选：D.

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta = b^2 - 4ac$

有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

4. (3分) 如图，A、B是两座灯塔，在弓形 $AmB$ 内有暗礁，游艇C在附近海面游弋，且 $\angle AOB = 80^\circ$ ，要使游艇C不驶入暗礁区，则航行中应保持 $\angle ACB$  ( )



- A. 小于  $40^\circ$       B. 大于  $40^\circ$       C. 小于  $80^\circ$       D. 大于  $80^\circ$

【分析】先根据圆周角定理求出点C在弧上时的圆周角度数，再根据三角形外角性质只要小于圆周角即可.

【解答】解：若点C在弧 $AmB$ 上，根据圆周角定理得 $\angle ACB = 40^\circ$ ，

要使游艇C不驶入暗礁区，则航行中应保持在圆外，

根据三角形的外角的性质知必须小于 $40^\circ$  .

故选：A.

【点评】此题主要是运用圆周角定理和三角形的外角的性质综合进行分析.

5. (3分) 为了解某班学生一周的体育锻炼的时间，某综合实践活动小组对该班50名学生进行了统计如表：则这组数据中锻炼时间的众数是 ( )

锻炼的时间(小时)	7	8	9	10
学生人数(人)	8	16	18	8

- A. 16人      B. 8小时      C. 9小时      D. 18人

【分析】根据众数的定义求解可得.

【解答】解：由表可知锻炼9小时的人数最多，有18人，

所以众数是9小时，

故选：C.

【点评】此题考查了众数，众数是一组数据中出现次数最多的数.

6. (3分) 一张半径为 $6cm$ 的扇形纸片卷成一个圆锥的侧面，要求圆锥底面圆的半径为 $4cm$ ，那么这张扇形纸片的圆心角度数是 ( )

- A.  $150^\circ$       B.  $240^\circ$       C.  $200^\circ$       D.  $180^\circ$



【分析】直接利用圆锥的底面圆的周长等于扇形弧长进而得出答案.

【解答】解：设这张扇形纸片的圆心角度数是  $n$ ,

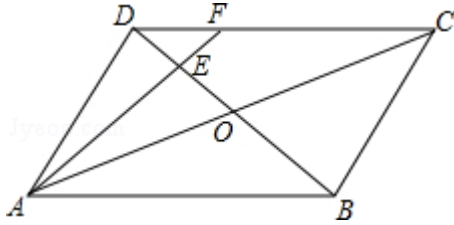
根据题意可得： $\frac{n\pi \times 6}{180} = 2 \times 4\pi$ ,

解得： $n = 240$ ,

故选： $B$ .

【点评】此题主要考查了圆锥的计算，掌握圆锥的底面圆的周长等于扇形弧长是解题关键.

7. (3分) 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ， $E$  是  $OD$  的中点，连接  $AE$  并延长交  $DC$  于点  $F$ ，则  $DF:FC = ( \quad )$



A. 1: 4

B. 1: 3

C. 1: 2

D. 1: 1

【分析】首先证明  $\triangle DFE \sim \triangle BAE$ ，然后利用对应边成比例， $E$  为  $OD$  的中点，求出  $DF:AB$  的值，又知  $AB=DC$ ，即可得出  $DF:FC$  的值.

【解答】解：在平行四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel DC$ ,

则  $\triangle DFE \sim \triangle BAE$ ,

$$\therefore \frac{DF}{AB} = \frac{DE}{EB},$$

$\because O$  为对角线的交点,

$$\therefore DO = BO,$$

又  $\because E$  为  $OD$  的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{4}DB,$$

则  $DE:EB = 1:3$ ,

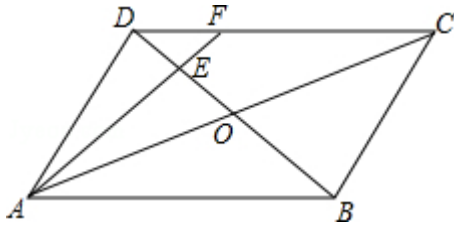
$$\therefore DF:AB = 1:3,$$

$\because DC = AB$ ,

$$\therefore DF:DC = 1:3,$$

$$\therefore DF:FC = 1:2;$$

故选： $C$ .



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质以及平行四边形的性质，难度适中，解答本题的关键是根据平行证明 $\triangle DFE \sim \triangle BAE$ ，然后根据对应边成比例求值。

8. (3分) 在平面直角坐标系中，如果抛物线 $y=3x^2+3$ 不动，而把 $x$ 轴、 $y$ 轴分别向上、向右平移2个单位，那么在新坐标系下抛物线的解析式是 ( )

- A.  $y=3(x-2)^2+5$                       B.  $y=3(x+2)^2+1$   
C.  $y=3(x+2)^2+5$                       D.  $y=3(x-2)^2+1$

【分析】因为抛物线的解析式不动，把 $x$ 轴、 $y$ 轴分别向上、向右平移2个单位，所以相当于把抛物线分别向下、向左平移2个单位，再根据函数平移的性质进行解答。

【解答】解： $\because$ 抛物线的解析式不动，把 $x$ 轴、 $y$ 轴分别向上、向右平移2个单位，  
 $\therefore$ 相当于把抛物线分别向下、向左平移2个单位，  
 $\therefore$ 由“上加下减，左加右减”的原则可知，把抛物线分别向下、向左平移2个单位所得抛物线的解析式为： $y=3(x+2)^2+1$ 。

故选：B.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减，左加右减”的原则是解答此题的关键。

9. (3分) 正多边形的内切圆与外接圆的周长之比为 $\sqrt{3}:2$ ，则这个正多边形为 ( )  
A. 正十二边形      B. 正六边形      C. 正四边形      D. 正三角形

【分析】设 $AB$ 是正多边形的一边， $OC \perp AB$ ，在直角 $\triangle AOC$ 中，利用三角函数求得 $\angle AOC$ 的度数，从而求得中心角的度数，然后利用360度除以中心角的度数，即可求得边数。

【解答】解：正多边形的内切圆与外接圆的周长之比为 $\sqrt{3}:2$ ，则半径之比为 $\sqrt{3}:2$ ，  
设 $AB$ 是正多边形的一边， $OC \perp AB$ ，

则 $OC=\sqrt{3}$ ， $OA=OB=2$ ，

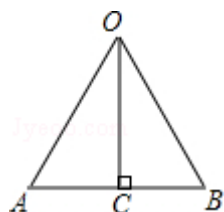
在直角 $\triangle AOC$ 中， $\cos \angle AOC = \frac{OC}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore \angle AOC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$ ，

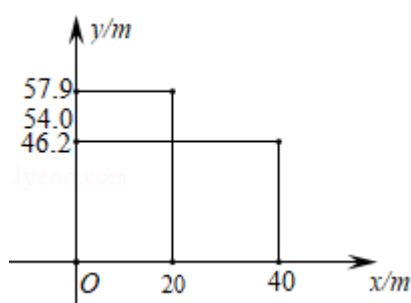
则正多边形边数是： $\frac{360^\circ}{60^\circ}=6$ .

故选：B.



【点评】本题考查学生对正多边形的概念掌握和计算的能力，正多边形的计算一般是转化成半径、边心距、以及边长的一半这三条线段构成的直角三角形的计算.

10. (3 分) 如图，跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一，运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，运动员起跳后的竖直高度  $y$  (单位： $m$ ) 与水平距离  $x$  (单位： $m$ ) 近似满足函数关系  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ). 如图记录了某运动员起跳后的  $x$  与  $y$  的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为 ( )



- A. 10m                      B. 20m                      C. 15m                      D. 22.5m

【分析】将点  $(0, 54.0)$ 、 $(40, 46.2)$ 、 $(20, 57.9)$  分别代入函数解析式，求得系数的值；然后由抛物线的对称轴公式可以得到答案.

【解答】解：根据题意知，抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 经过点  $(0, 54.0)$ 、 $(40, 46.2)$ 、 $(20, 57.9)$ ,

$$\text{则} \begin{cases} c=54.0 \\ 1600a+40b+c=46.2, \\ 400a+20b+c=57.9 \end{cases}$$

$$\text{解得:} \begin{cases} a=-0.0195 \\ b=0.585 \\ c=54.0 \end{cases},$$

$$\text{所以 } x = -\frac{b}{2a} = \frac{0.585}{2 \times (-0.0195)} = 15 (m).$$

故选：C.

【点评】此题考查了二次函数的应用，此题也可以将所求得抛物线解析式利用配方法求得顶点式方程，然后直接得到抛物线顶点坐标，由顶点坐标推知该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离.

## 二、认真填一填（每小题 4 分，共 24 分）

11. (4 分) 在函数  $y=\sqrt{x-1}$  中，自变量  $x$  的取值范围是  $x\geq 1$ .

【分析】因为当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数，所以  $x-1\geq 0$ ，解不等式可求  $x$  的范围.

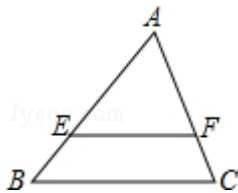
【解答】解：根据题意得： $x-1\geq 0$ ，

解得： $x\geq 1$ .

故答案为： $x\geq 1$ .

【点评】此题主要考查函数自变量的取值范围，解决本题的关键是当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

12. (4 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $EF\parallel BC$ ， $AE=2BE$ ，则  $\triangle AEF$  与  $\triangle ABC$  的面积比为 4:9.



【分析】先根据已知条件求出  $\triangle AEF\sim\triangle ABC$ ，再根据相似三角形的面积比等于相似比的平方解答即可.

【解答】解： $\because EF\parallel BC$

$\therefore \triangle AEF\sim\triangle ABC$

$\therefore AE:AB=AF:AC$

$\because AE=2BE$

$\therefore AE:AB=2:3$

$\therefore \triangle AEF$  与  $\triangle ABC$  的面积比为 4:9，

故答案为：4:9.

【点评】此题考查学生对相似三角形的面积的比等于相似比的平方的运用，是一道很基础的题目.

13. (4 分) 已知  $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$  两点在双曲线  $y=\frac{m+3}{x}$  上，且  $y_1>y_2$ ，则  $m$  的取

值范围是  $m > -3$ .

【分析】将点  $A$ ，点  $B$  坐标代入解析式，可求  $y_1, y_2$ ，由  $y_1 > y_2$ ，可求  $m$  的取值范围.

【解答】解：∵  $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$  两点在双曲线  $y = \frac{m+3}{x}$  上，

$$\therefore y_1 = m+3, y_2 = \frac{m+3}{2}$$

$$\because y_1 > y_2,$$

$$\therefore m+3 > \frac{m+3}{2}$$

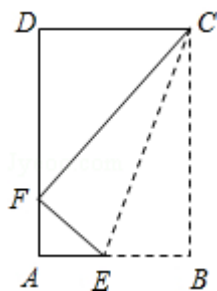
$$\therefore m > -3$$

故答案为：  $m > -3$

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握反比例函数图象上点的坐标满足图象的解析式是本题的关键.

14. (4分) 如图，将矩形  $ABCD$  沿  $CE$  折叠，点  $B$  恰好落在边  $AD$  的  $F$  处. 若  $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ ，则

$\tan \angle DCF$  的值是  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .



【分析】由矩形  $ABCD$  沿  $CE$  折叠，点  $B$  恰好落在边  $AD$  的  $F$  处，即可得  $BC = CF$ ， $CD = AB$ ，由  $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ ，可得  $\frac{CD}{CF} = \frac{2}{3}$ ，然后设  $CD = 2x$ ， $CF = 3x$ ，利用勾股定理即可求得  $DF$

的值，继而求得  $\tan \angle DCF$  的值.

【解答】解：∵ 四边形  $ABCD$  是矩形，

$$\therefore AB = CD, \angle D = 90^\circ,$$

∵ 将矩形  $ABCD$  沿  $CE$  折叠，点  $B$  恰好落在边  $AD$  的  $F$  处，

$$\therefore CF = BC,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{CD}{CF} = \frac{2}{3},$$

设  $CD = 2x$ ， $CF = 3x$ ，

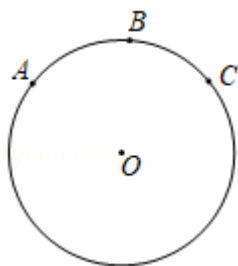
$$\therefore DF = \sqrt{CF^2 - CD^2} = \sqrt{5}x,$$

$$\therefore \tan \angle DCF = \frac{DF}{CD} = \frac{\sqrt{5}x}{2x} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

故答案为:  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

【点评】此题考查了翻折变换的知识，涉及了矩形的性质以及勾股定理，难度不大，解答本题的关键是注意折叠中的对应关系.

15. (4分) 点  $A$ 、 $C$  为半径是 8 的圆周上两动点，点  $B$  为  $\widehat{AC}$  的中点，以线段  $BA$ 、 $BC$  为邻边作菱形  $ABCD$ ，顶点  $D$  恰在该圆半径的中点上，则该菱形的边长为  $4\sqrt{6}$  或  $4\sqrt{2}$ .



【分析】过  $B$  作直径，连接  $AC$  交  $BO$  于  $E$ ，如图①，根据已知条件得到  $BD = \frac{1}{2}OB = 4$ ，

如图②， $BD = 12$ ，求得  $OD$ 、 $OE$ 、 $DE$  的长，连接  $OD$ ，根据勾股定理得到结论.

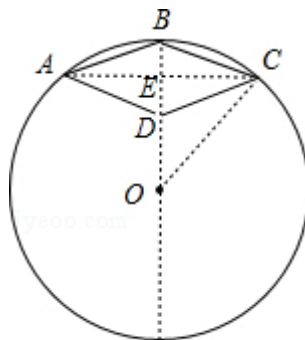


图1

【解答】解：过  $B$  作直径，连接  $AC$  交  $BO$  于  $E$ ，

$\because$  点  $B$  为  $\widehat{AC}$  的中点，

$\therefore BD \perp AC$ ，

如图①，

$\because$  点  $D$  恰在该圆直径上， $D$  为  $OB$  的中点，

$$\therefore BD = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$\therefore OD = OB - BD = 4,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形，

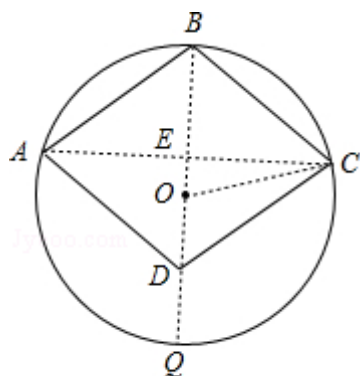
$$\therefore DE = \frac{1}{2}BD = 2,$$

$$\therefore OE = 2 + 4 = 6,$$

连接  $OC$ ,

$$\therefore CE = \sqrt{OC^2 - OE^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7},$$

在  $\text{Rt}\triangle DEC$  中, 由勾股定理得:  $DC = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + 2^2} = 4\sqrt{2}$ ;



如图②,

图2

$$OD = 4, BD = 8 + 4 = 12, DE = \frac{1}{2}BD = 6, OE = 6 - 4 = 2,$$

$$\text{由勾股定理得: } CE = \sqrt{OC^2 - OE^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15},$$

$$DC = \sqrt{DE^2 + CE^2} = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{15})^2} = 4\sqrt{6},$$

故答案为:  $4\sqrt{6}$  或  $4\sqrt{2}$ .

**【点评】** 本题考查了圆心角, 弧, 弦的关系, 勾股定理, 菱形的性质, 正确的作出图形是解题的关键.

16. (4分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $CD$  是  $\triangle AOB$  的中位线. 若将  $\triangle COD$  绕点  $O$  旋转, 得到  $\triangle C'OD'$ , 射线  $AC'$  与射线  $BD'$  的交点为  $P$ .

(1)  $\angle APB$  的度数是 90°.

(2) 在旋转过程中, 记  $P$  点横坐标为  $m$ , 则  $m$  的取值范围是  $2 - 2\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{3} + 1$ .





此时  $BD' = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ,  $D'P = OC' = 2$ ,

$$\therefore BP = 2\sqrt{3} + 2,$$

$$\therefore \sin \angle OBD' = \frac{1}{2},$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}BP = \sqrt{3} + 1,$$

$$\therefore 2-2\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{3}+1.$$

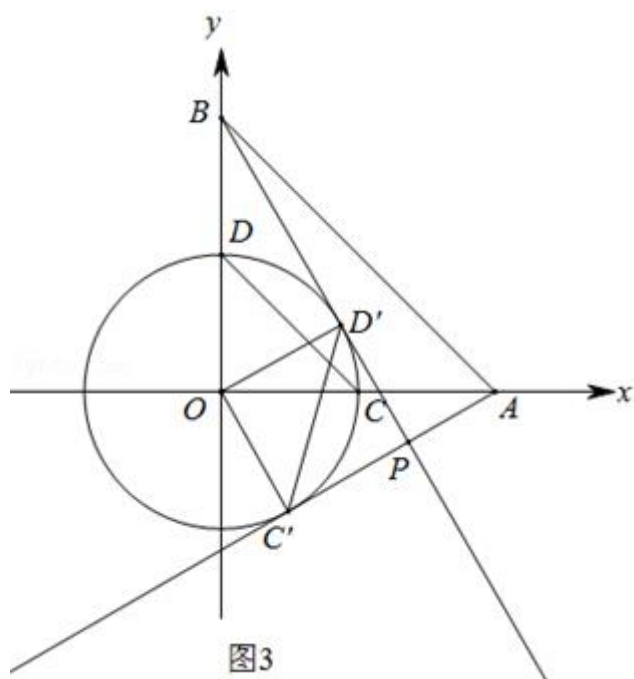
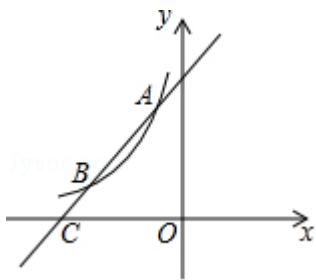


图3







【分析】(1) 把点  $A(-1, a)$  代入一次函数  $y=x+4$  得到关于  $a$  的一元一次方程，解之，即可得到点  $A$  的坐标，把点  $A$  的坐标代入反比例函数  $y=\frac{k}{x}$ ，得到关于  $k$  的一元一次方程，解之，得到  $k$  的值，即可得到答案，

(2) 一次函数  $y=x+4$  与反比例函数  $y=-\frac{3}{x}$  联立，解之，得到点  $A$  和点  $B$  的坐标，结合图象，即可得到答案.

【解答】解：(1) 把点  $A(-1, a)$  代入一次函数  $y=x+4$  得：

$$a = -1 + 4 = 3,$$

即点  $A$  的坐标为： $(-1, 3)$ ，

把点  $A(-1, 3)$  代入反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  得：

$$3 = \frac{k}{-1},$$

解得： $k = -3$ ，

即反比例函数的表达式为： $y = -\frac{3}{x}$ ，

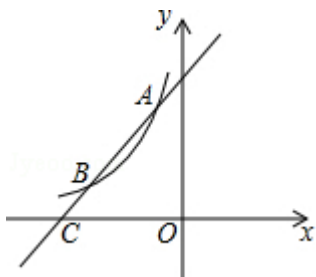
(2) 一次函数  $y=x+4$  与反比例函数  $y=-\frac{3}{x}$  联立，

$$\begin{cases} y=x+4 \\ y=-\frac{3}{x} \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases},$$

即点  $A$  的坐标为  $(-1, 3)$ ，点  $B$  的坐标为  $(-3, 1)$ ，

如下图所示：

若  $x+4 \geq \frac{k}{x}$ ， $x$  的取值范围为： $-3 \leq x \leq -1$ .  $x > 0$ .



**【点评】** 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，解题的关键：（1）正确掌握代入法，（2）正确掌握数形结合思想。

20.（8分）今年5月份，我市某中学开展争做“五好小公民”征文比赛活动，赛后随机抽取了部分参赛学生的成绩，按得分划分为A，B，C，D四个等级，并绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图：

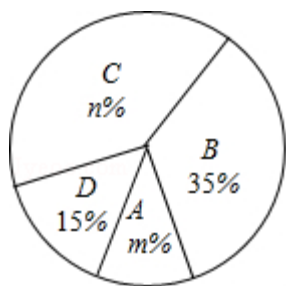
等级	成绩（s）	频数（人数）
A	$90 < s \leq 100$	4
B	$80 < s \leq 90$	$x$
C	$70 < s \leq 80$	16
D	$s \leq 70$	6

根据以上信息，解答下列问题：

（1）表中的  $x = \underline{14}$  ；

（2）扇形统计图中  $m = \underline{10}$  ，  $n = \underline{40}$  ， C 等级对应的扇形的圆心角为  $\underline{144}$  度；

（3）该校准备从上述获得 A 等级的四名同学中选取两人做为学校“五好小公民”志愿者，已知这四人中有两名男生（用  $a_1, a_2$  表示）和两名女生（用  $b_1, b_2$  表示），请用列表或画树状图的方法求恰好选取的是  $a_1$  和  $b_1$  的概率。



**【分析】**（1）根据 D 组人数及其所占百分比可得总人数，用总人数减去其他三组人数即可得出  $x$  的值；

（2）用 A、C 人数分别除以总人数求得 A、C 的百分比即可得  $m$ 、 $n$  的值，再用  $360^\circ$  乘以 C 等级百分比可得其度数；

（3）首先根据题意列出表格，然后由表格求得所有等可能的结果与恰好选取的是  $a_1$  和  $b_1$  的情况，再利用概率公式即可求得答案。

**【解答】**解：（1） $\because$  被调查的学生总人数为  $6 \div 15\% = 40$  人，

$$\therefore x = 40 - (4 + 16 + 6) = 14,$$

故答案为：14；

$$(2) \because m\% = \frac{4}{40} \times 100\% = 10\%, \quad n\% = \frac{16}{40} \times 10\% = 40\%,$$

$$\therefore m=10, n=40,$$

C 等级对应的扇形的圆心角为  $360^\circ \times 40\% = 144^\circ$  ,

故答案为：10、40、144；

(3) 列表如下：

	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
$a_1$		$a_2, a_1$	$b_1, a_1$	$b_2, a_1$
$a_2$	$a_1, a_2$		$b_1, a_2$	$b_2, a_2$
$b_1$	$a_1, b_1$	$a_2, b_1$		$b_2, b_1$
$b_2$	$a_1, b_2$	$a_2, b_2$	$b_1, b_2$	

由表可知共有 12 种等可能结果，其中恰好选取的是  $a_1$  和  $b_1$  的有 2 种结果，

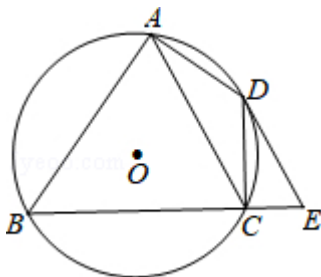
$$\therefore \text{恰好选取的是 } a_1 \text{ 和 } b_1 \text{ 的概率为 } \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

**【点评】** 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

21. (8 分) 如图，四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，点  $E$  在  $BC$  的延长线上，且  $\angle DEC = \angle BAC$ ．

(1) 求证： $DE$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 若  $AC \parallel DE$ ，当  $AB=8$ ， $CE=2$  时，求  $AC$  的长．



**【分析】** (1) 先判断出  $BD$  是圆  $O$  的直径，再判断出  $BD \perp DE$ ，即可得出结论；

(2) 先判断出  $AC \perp BD$ ，进而求出  $BC=AB=8$ ，进而判断出  $\triangle BCD \sim \triangle DCE$ ，求出  $CD$ ，

再用勾股定理求出  $BD$ ，最后判断出  $\triangle CFD \sim \triangle BCD$ ，即可得出结论.

【解答】解：（1）如图，

连接  $BD$ ， $\because \angle BAD = 90^\circ$ ，

$\therefore$  点  $O$  必在  $BD$  上，即：  $BD$  是直径，

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DEC + \angle CDE = 90^\circ$ ，

$\because \angle DEC = \angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAC + \angle CDE = 90^\circ$ ，

$\because \angle BAC = \angle BDC$ ，

$\therefore \angle BDC + \angle CDE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BDE = 90^\circ$ ，即：  $BD \perp DE$ ，

$\because$  点  $D$  在  $\odot O$  上，

$\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线；

（2） $\because DE \parallel AC$ ，

$\because \angle BDE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$ ，

$\therefore CB = AB = 8$ ， $AF = CF = \frac{1}{2}AC$ ，

$\because \angle CDE + \angle BDC = 90^\circ$ ， $\angle BDC + \angle CBD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle CBD$ ，

$\because \angle DCE = \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BCD \sim \triangle DCE$ ，

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{CD}{CE}$$

$$\therefore \frac{8}{CD} = \frac{CD}{2}$$

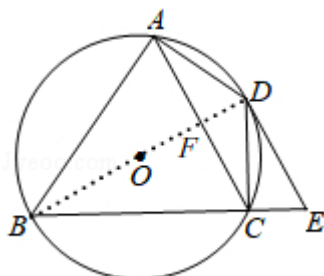
$\therefore CD = 4$ ，

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中， $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 4\sqrt{5}$

同理：  $\triangle CFD \sim \triangle BCD$ ，

$$\therefore \frac{CF}{BC} = \frac{CD}{BD}$$

$$\therefore AC = 2AF = \frac{16\sqrt{5}}{5}.$$



22. (10 分) 某商品的进价为每件 50 元，售价为每件 60 元，每天可卖出 190 件；如果每件商品的售价每上涨 1 元，则每天少卖 10 件，设每件商品的售价上涨  $x$  元 ( $x$  为正整数)，每天的销售利润为  $y$  元.

- (1) 求  $y$  关于  $x$  的关系式;
- (2) 每件商品的售价定为多少元时, 每天的利润恰为 1980 元?
- (3) 每件商品的售价定为多少元时, 每天可获得最大利润? 最大利润是多少元?

(3) 利用配方法求出二次函数最值, 结合  $x$  的取值范围得出答案.

故每件商品的售价定为 61 元或 68 元时，每天的利润恰为 1980 元；

即每件商品的售价定为 64 元或 65 元时, 每天可获得最大利润, 最大利润是 2100 元.



【点评】此题主要考查了二次函数的应用以及一元二次方程的解法，得出  $y$  与  $x$  的函数关系式是解题关键.

23. (10 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，对于任意三点  $A, B, C$ ，给出如下定义：

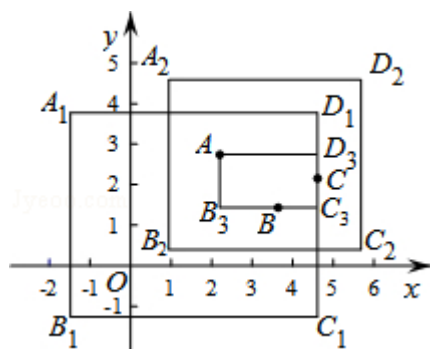
如果矩形的任何一条边均与某条坐标轴平行，且  $A, B, C$  三点都在矩形的内部或边界上，则称该矩形为点  $A, B, C$  的覆盖矩形. 点  $A, B, C$  的所有覆盖矩形中，面积最小的矩形称为点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形. 例如，下图中的矩形  $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, AB_3C_3D_3$  都是点  $A, B, C$  的覆盖矩形，其中矩形  $AB_3C_3D_3$  是点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形.

(1) 已知  $A(-2, 3), B(5, 0), C(t, -2)$ .

①当  $t=2$  时，点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形的面积为 35；

②若点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形的面积为 40，求直线  $AC$  的表达式；

(2) 已知点  $D(1, 1)$ .  $E(m, n)$  是函数  $y = \frac{4}{x} (x > 0)$  的图象上一点， $\odot P$  是点  $O, D, E$  的一个面积最小的最优覆盖矩形的外接圆，求出  $\odot P$  的半径  $r$  的取值范围.



【分析】(1) ①由矩形的任何一条边均与某条坐标轴平行，且  $A, B, C$  三点都在矩形的内部或边界上，则称该矩形为点  $A, B, C$  的覆盖矩形. 点  $A, B, C$  的所有覆盖矩形中，面积最小的矩形称为点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形，得出最优覆盖矩形的长为：2+5=7，宽为 3+2=5，即可得出结果；

②由定义可知， $t = -3$  或 6，即点  $C$  坐标为  $(-3, -2)$  或  $(6, -2)$ ，设  $AC$  表达式为  $y = kx + b$ ，代入即可求出结果；

(2)  $OD$  所在的直线交双曲线于点  $E$ ，矩形  $OFEG$  是点  $O, D, E$  的一个面积最小的最优覆盖矩形， $OD$  所在的直线表达式为  $y = x$ ，得出点  $E$  的坐标为  $(2, 2)$ ， $\odot P$  的半径最小  $r = \sqrt{2}$ ，当点  $E$  的纵坐标为 1 时， $\odot P$  的半径最大  $r = \frac{\sqrt{17}}{2}$ ，即可得出结果.

【解答】解：(1) ①  $\because A(-2, 3), B(5, 0), C(2, -2)$ ，矩形的任何一条边均与某条坐标轴平行，且  $A, B, C$  三点都在矩形的内部或边界上，则称该矩形为点  $A, B, C$

的覆盖矩形. 点  $A, B, C$  的所有覆盖矩形中, 面积最小的矩形称为点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形,

∴ 最优覆盖矩形的长为:  $2+5=7$ , 宽为  $3+2=5$ ,

∴ 最优覆盖矩形的面积为:  $7 \times 5 = 35$ ;

② ∵ 点  $A, B, C$  的最优覆盖矩形的面积为 40,

∴ 由定义可知,  $t = -3$  或  $6$ , 即点  $C$  坐标为  $(-3, -2)$  或  $(6, -2)$ ,

设  $AC$  表达式为  $y = kx + b$ ,

$$\therefore \begin{cases} 3 = -2k + b \\ -2 = -3k + b \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 3 = -2k + b \\ -2 = 6k + b \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = 5 \\ b = 13 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} k = -\frac{5}{8} \\ b = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$$\therefore y = 5x + 13 \text{ 或 } y = -\frac{5}{8}x + \frac{7}{4};$$

(2) ①  $OD$  所在的直线交双曲线于点  $E$ , 矩形  $OFEG$  是点  $O, D, E$  的一个面积最小的最优覆盖矩形, 如图 1 所示:

∵ 点  $D(1, 1)$ ,

∴  $OD$  所在的直线表达式为  $y = x$ ,

∴ 点  $E$  的坐标为  $(2, 2)$ ,

$$\therefore OE = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

∴  $\odot P$  的半径最小  $r = \sqrt{2}$ ,

② 当  $DE \parallel x$  轴时, 即: 点  $E$  的纵坐标为 1, 如图 2 所示:

∵ 点  $D(1, 1)$ .  $E(m, n)$  是函数  $y = \frac{4}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上一点

$$\therefore 1 = \frac{x}{4}, \text{ 解得 } x = 4,$$

$$\therefore OE = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17},$$

$$\therefore \odot P \text{ 的半径最大 } r = \frac{\sqrt{17}}{2},$$

$$\therefore \sqrt{2} \leq r \leq \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

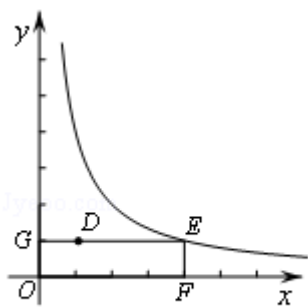


图 2

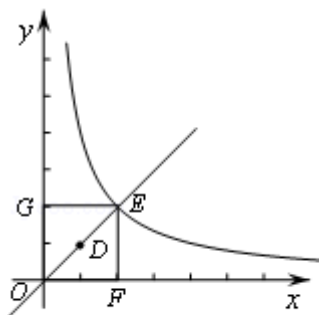


图 1

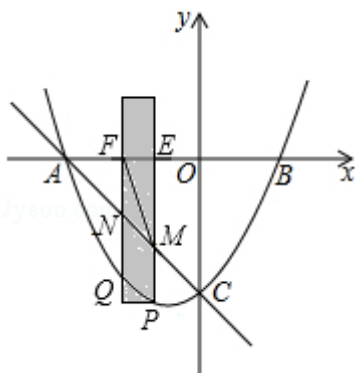
【点评】本题是圆的综合题目，考查了矩形的性质、勾股定理、待定系数法求直线的解析式、坐标与图形性质、反比例函数等知识；本题综合性强，有一定难度．

24. (12 分) 如图，抛物线  $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A$  和点  $B$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ ，点  $B$  的坐标为  $(3, 0)$ ，点  $C$  的坐标为  $(0, -5)$ ．有一宽度为 1，长度足够长的矩形（阴影部分）沿  $x$  轴方向平移，与  $y$  轴平行的一组对边交抛物线于点  $P$  和点  $Q$ ，交直线  $AC$  于点  $M$  和点  $N$ ，交  $x$  轴于点  $E$  和点  $F$ ．

(1) 求抛物线的解析式及点  $A$  的坐标；

(2) 当点  $M$  和  $N$  都在线段  $AC$  上时，连接  $MF$ ，如果  $\sin \angle AMF = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，求点  $Q$  的坐标；

(3) 在矩形的平移过程中，是否存在以点  $P, Q, M, N$  为顶点的四边形是平行四边形，若存在，求出点  $M$  的坐标；若不存在，请说明理由．



【分析】(1) 将点  $B$  的坐标、点  $C$  的坐标分别代入函数解析式求得  $b, c$  的值，结合抛物



$\therefore m = -4$  或  $-5.5$  (舍弃),

$\therefore$  点  $Q$  坐标  $(-4, -\frac{7}{3})$ .

(3) ①当  $MN$  是对角线时, 点  $M$  在  $y$  轴的右侧, 设点  $F(m, 0)$ ,

$\because$  直线  $AC$  解析式为  $y = -x - 5$ ,

$\therefore$  点  $N(m, -m-5)$ , 点  $M(m+1, -m-6)$ ,

$\because QN = PM$ ,

$$\therefore -m-5 - (\frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5) = [\frac{1}{3}(m+1)^2 + \frac{2}{3}(m+1) - 5] - (-m-6),$$

解得  $m = -3 + \sqrt{6}$  或  $-3 - \sqrt{6}$  (舍弃),

此时  $M(-2 + \sqrt{6}, -3 - \sqrt{6})$ ,

当  $MN$  是对角线时, 点  $N$  在点  $A$  的左侧时, 设点  $F(m, 0)$ .

$$\therefore (\frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5) - (-m-5) = (-m-6) - [\frac{1}{3}(m+1)^2 + \frac{2}{3}(m+1) - 5],$$

解得  $m = -3 - \sqrt{6}$  或  $-3 + \sqrt{6}$  (舍弃),

此时  $M(-2 - \sqrt{6}, -3 + \sqrt{6})$ ;

②当  $MN$  为边时, 设点  $Q(m, \frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 5)$  则点  $P(m+1, \frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 6)$ ,

$\because NQ = PM$ ,

$$\therefore \frac{1}{3}m^2 + \frac{2}{3}m - 6 = \frac{1}{3}(m+1)^2 + \frac{2}{3}(m+1) - 5$$

解得  $m = -3$ .

$\therefore$  点  $M$  坐标  $(-2, -3)$ ,

综上所述, 以点  $P, Q, M, N$  为顶点的四边形是平行四边形时, 点  $M$  的坐标为  $(-2,$

$-3)$  或  $(-2 + \sqrt{6}, -3 - \sqrt{6})$  或  $(-2 - \sqrt{6}, -3 + \sqrt{6})$ .

**【点评】** 本题是二次函数综合题, 主要考查三角函数、勾股定理等知识, 解题的关键是学会待定系数法确定函数解析式, 学会分类讨论, 用方程的思想解决问题, 属于中考压轴题.